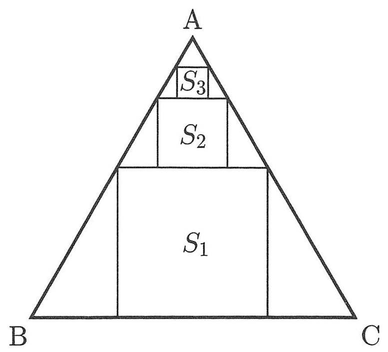
______ 年　番号 ______　氏名 ____________________________

$\boxed{1}$ 1 辺の長さが 1 の正三角形 ABC に，図のように正方形 S_1，S_2，S_3，$\cdots$ を順に内接させるものとする．



(1) 正方形 S_1 の 1 辺の長さを求めよ．

(2) n 番目の正方形 S_n の面積 s_n を求めよ．

(3) これらの正方形の面積の総和

$$s = s_1 + s_2 + \cdots + s_n + \cdots$$

を求めよ．

（日本女子大学　2014）

$\boxed{2}$ 0 でない複素数 α，β が $\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2 = 0$ を満たすとする．複素数平面上の 4 点を O(0)，A(α)，B(β)，C($-\beta$) として，次の問いに答えよ．

(1) $\dfrac{\beta}{\alpha}$ を求めよ．

(2) $\dfrac{\beta}{\alpha}$ の絶対値 r および偏角 θ を求めよ．ただし，偏角の範囲は $0 \leqq \theta < 2\pi$ とする．

(3) △ABO の 3 つの角の大きさを求めよ．

(4) △ABO の面積を S_1 とし，△ABC の面積を S_2 とするとき，$\dfrac{S_2}{S_1}$ の値を求めよ．

（徳島大学　2016）

0001878631218999

日本女子大学

2014年 理学部 第1問

数理 石井K

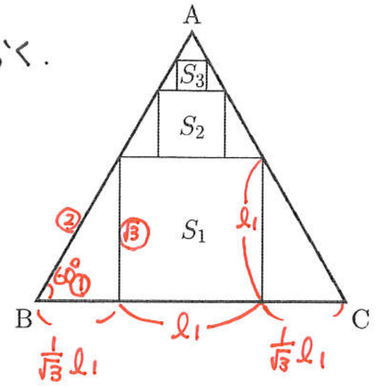
$\boxed{1}$ 1辺の長さが1の正三角形ABCに，図のように正方形 S_1，S_2，S_3，… を順に内接させるものとする．

(1) S_n の1辺の長さを l_n とおく．

右図より．

$$l_1 + \frac{2}{\sqrt{3}} l_1 = 1$$

$$\therefore \underline{l_1 = 2\sqrt{3} - 3}$$



(1) 正方形 S_1 の1辺の長さを求めよ．

(2) n 番目の正方形 S_n の面積 s_n を求めよ．

(3) これらの正方形の面積の総和

$$s = s_1 + s_2 + \cdots + s_n + \cdots$$

を求めよ．

(2) (1)と同様にすると．

$$l_{n+1} + \frac{2}{\sqrt{3}} l_{n+1} = l_n$$

$$\therefore l_{n+1} = (2\sqrt{3} - 3) l_n$$

$\therefore \{l_n\}$ は初項 $2\sqrt{3}-3$，公比 $2\sqrt{3}-3$ の等比数列となる．$\therefore l_n = (2\sqrt{3}-3)^n$

$$\therefore \underline{s_n = l_n^2 = (2\sqrt{3}-3)^{2n}}$$

(3)

$$s = (2\sqrt{3}-3)^2 + (2\sqrt{3}-3)^4 + \cdots$$

$0 < 2\sqrt{3} - 3 < 1$ より．$0 < (2\sqrt{3}-3)^2 < 1$

$$s = \frac{(2\sqrt{3}-3)^2}{1-(2\sqrt{3}-3)^2}$$

$$= \frac{21 - 12\sqrt{3}}{12\sqrt{3} - 20}$$

$$= \underline{\frac{3(\sqrt{3}-1)}{8}}$$

2016年 医（保健）・工学部 第2問

$\boxed{2}$ 0でない複素数α，βが$\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2=0$を満たすとする．複素数平面上の4点をO(0)，A(α)，B(β)，C($-\beta$)として，次の問いに答えよ．

(1) $\dfrac{\beta}{\alpha}$を求めよ．

(2) $\dfrac{\beta}{\alpha}$の絶対値rおよび偏角θを求めよ．ただし，偏角の範囲は$0 \leqq \theta < 2\pi$とする．

(3) △ABOの3つの角の大きさを求めよ．

(4) △ABOの面積をS_1とし，△ABCの面積をS_2とするとき，$\dfrac{S_2}{S_1}$の値を求めよ．

(1) $\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2=0$ の両辺を $\alpha^2(\neq 0)$ で割って，

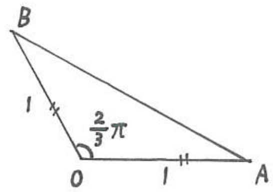
$$\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^2+\frac{\beta}{\alpha}+1=0$$

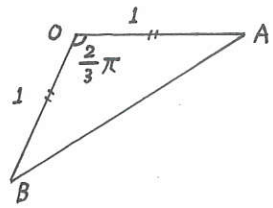
解の公式

$$\therefore\ \underline{\frac{\beta}{\alpha}=\frac{-1\pm\sqrt{3}i}{2}}\ //$$

(2) $\dfrac{\beta}{\alpha}=\cos\left(\pm\dfrac{2}{3}\pi\right)+i\sin\left(\pm\dfrac{2}{3}\pi\right)$

$0\leqq\theta<2\pi$ より，$\underline{r=1,\ \theta=\dfrac{2}{3}\pi,\ \dfrac{4}{3}\pi}\ //$



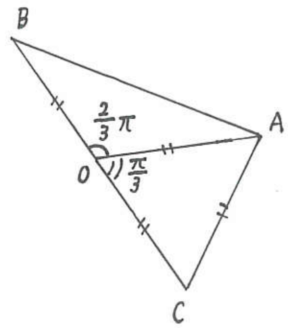


(3) (2)より．$\beta=\left\{\cos\left(\pm\dfrac{2}{3}\pi\right)+i\sin\left(\pm\dfrac{2}{3}\pi\right)\right\}\alpha$ より

右図のいずれかになる．どちらも

OA = OB，$\angle AOB=\dfrac{2}{3}\pi$ の二等辺三角形であり，

3つの角は．$\underline{\angle AOB=\dfrac{2}{3}\pi,\ \angle OAB=\angle OBA=\dfrac{\pi}{6}}\ //$



(4) $S_1=\dfrac{1}{2}\cdot 1\cdot 1\cdot\sin\dfrac{2}{3}\pi=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$

右の図より．

$S_2=\dfrac{1}{2}\cdot 2\cdot 1\cdot\sin\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore\ \dfrac{S_2}{S_1}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cdot\dfrac{4}{\sqrt{3}}=\underline{2}\ //$