$\boxed{1}$ 次の問いに答えよ．

(1) $\alpha=\dfrac{1+\sqrt{3}i}{2}$ のとき，$\alpha^2+\dfrac{1}{\alpha^2}$ の値を求めよ．

(2) 等式 $\displaystyle\int_1^x f(t)\,dt=x^3+ax^2+x$ を満たす関数 $f(x)$ と定数 a の値を求めよ．

(3) 箱の中に，数字 -3，-2，-1，0，1，2，3，4 が書かれたカードが 1 枚ずつある．この中から 1 枚のカードを取り出して数字を見てから元に戻す試行を 2 回繰り返す．1 回目の数字を a，2 回目の数字を b とする．このとき，平面上の 3 点 $\mathrm{A}(1,\ -1)$，$\mathrm{B}(2,\ a^2)$，$\mathrm{C}(-b^2,\ 0)$ について，ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ が垂直である確率を求めよ．

$\boxed{2}$ 公比が r である等比数列の初項から第 4 項までの和 S_4 が 10，初項から第 8 項までの和 S_8 が 30 であるとき，次の問いに答えよ．

(1) $\dfrac{r^8-1}{r^4-1}$ の値を求めよ．

(2) $R=r^4$ とするとき，R の値を求めよ．

(3) 初項から第 12 項までの和 S_{12} を求めよ．

$\boxed{3}$ 原点をOとし，$0 < t < 2$ とする．2つの曲線 $y = x^2 - 2x + 3$，$y = -2x^2 + 10x - 9$ 上の x 座標が t である点をそれぞれP，Qとする．△OPQの面積を S とするとき，次の問いに答えよ．

(1) S を t の式で表せ．

(2) S の最大値を求めよ．

$\boxed{4}$ 関数 $f(x) = |\sin x| + |\cos x|$ について，次の問いに答えよ．

(1) 任意の実数 x に対し，$f\left(x + \dfrac{\pi}{2}\right) = f(x)$ が成立することを示せ．

(2) $0 \leqq x \leqq \dfrac{\pi}{2}$ のとき，$f(x)$ の最大値と最小値を求めよ．

(3) $0 \leqq x \leqq 2\pi$ における関数 $y = f(x)$ のグラフの概形を描け．