

1 三角関数の加法定理を用いて、次が成り立つことを示せ.

$$\sin A + \sin B = 2 \sin \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2}$$

(奈良教育大学 2015)

2 感染症の流行の初期では、時刻 t ($t \geq 0$) における感染者数 n_t は指数関数 $n_t = n_0 a^t$ で表される。ここで、 n_0 は時刻 $t = 0$ における感染者数、 a は正の定数である。ある感染症では、 $n_0 = 2$ で、 $t = 2$ のとき感染者数は 5 人であった。 $\log_{10} 2 = 0.301$, $\log_{10} 5 = 0.699$ として、以下の問いに答えよ。

- (1) a の値を求めよ。
- (2) 感染者数が初めて 100 人を超える時刻 t を求めよ。ただし、答えは整数で求めよ。

(成城大学 2016)

3 次の問いに答えよ。

- (1) 次の極限值を求めると、 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x^3 - 1} = \boxed{\text{ト}}$ である。
- (2) 次の式を満たす関数 $f(x)$ と定数 a を求めると、 $f(x) = \boxed{\text{ナ}}$, $a = \boxed{\text{ニ}}$ である。

$$\int_x^a f(t) dt = x^2 - 2x - 3$$

(神戸薬科大学 2016)

2015年 第2問

2 三角関数の加法定理を用いて、次が成り立つことを示せ。

$$\sin A + \sin B = 2 \sin \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2}$$

加法定理

$$\begin{cases} \sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta & \dots \textcircled{1} \\ \sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha \cos\beta - \cos\alpha \sin\beta & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

①+②より、

$$\sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta) = 2 \sin\alpha \cos\beta$$

ここで、 $\alpha+\beta = A$ 、 $\alpha-\beta = B$ とおくと、 $\alpha = \frac{A+B}{2}$ 、 $\beta = \frac{A-B}{2}$ となるので

$$\sin A + \sin B = 2 \sin \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2} \quad \text{が成り立つ} \quad \square$$



2016年 文芸学部 第2問

2 感染症の流行の初期では、時刻 t ($t \geq 0$) における感染者数 n_t は指数関数 $n_t = n_0 a^t$ で表される。ここで、 n_0 は時刻 $t = 0$ における感染者数、 a は正の定数である。ある感染症では、 $n_0 = 2$ で、 $t = 2$ のとき感染者数は 5 人であった。 $\log_{10} 2 = 0.301$, $\log_{10} 5 = 0.699$ として、以下の問いに答えよ。

- (1) a の値を求めよ。
 (2) 感染者数が初めて 100 人を超える時刻 t を求めよ。ただし、答えは整数で求めよ。

(1) $5 = 2 \cdot a^2$ ← $n_t = n_0 a^t$ に代入した

よって、 $a > 0$ より、 $a = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$ //

(2) $2 \cdot \left(\frac{\sqrt{10}}{2}\right)^t > 100$

両辺対数をとる。

$$\log_{10} 2 \cdot \left(\frac{\sqrt{10}}{2}\right)^t > 2 \iff \log_{10} 2 + t \log_{10} \frac{\sqrt{10}}{2} > 2$$

$$\iff t (\log_{10} 10^{\frac{1}{2}} - \log_{10} 2) > 2 - \log_{10} 2$$

$$\iff t \left(\frac{1}{2} - 0.301\right) > 2 - 0.301$$

$$\iff t \cdot 0.199 > 1.699$$

$$\iff t > \frac{1699}{199} \quad (\doteq 8.54)$$

$\therefore t = 9$ //

2016年薬学部第6問



6 次の問いに答えよ.

(1) 次の極限値を求めると, $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x^3 - 1} = \boxed{\text{ト}}$ である.

(2) 次の式を満たす関数 $f(x)$ と定数 a を求めると, $f(x) = \boxed{\text{ナ}}$, $a = \boxed{\text{ニ}}$ である.

$$\int_x^a f(t) dt = x^2 - 2x - 3$$

$$-2x+2 \quad -1, 3$$

$$\begin{aligned} (1) \text{ (与式)} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+2)}{(x-1)(x^2+x+1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+2}{x^2+x+1} \\ &= \underline{1} \text{ ,} \end{aligned}$$

$$(2) -\int_a^x f(t) dt = x^2 - 2x - 3 \quad \dots \textcircled{1}$$

①の両辺を x で微分して,

$$-f(x) = 2x - 2 \quad \therefore \underline{f(x) = -2x + 2} \text{ ,}$$

\therefore ①の左辺は,

$$-[-t^2 + 2t]_a^x = x^2 - 2x - a^2 + 2a$$

(別)元の式に $x = a$ を代入

$$a^2 - 2a - 3 = 0$$

として求めると速い!

\therefore 右辺と比較して,

$$-a^2 + 2a = -3$$

$$\therefore (a-3)(a+1) = 0 \quad \therefore \underline{a = -1, 3} \text{ ,}$$