

1  $t$  を  $0 < t < 1$  を満たす実数とする.  $OABC$  を 1 辺の長さが 1 の正四面体とする. 辺  $OA$  を  $1-t:t$  に内分する点を  $P$ , 辺  $OB$  を  $t:1-t$  に内分する点を  $Q$ , 辺  $BC$  の中点を  $R$  とする. また  $\vec{a} = \vec{OA}$ ,  $\vec{b} = \vec{OB}$ ,  $\vec{c} = \vec{OC}$  とする. 以下の問に答えよ.

- (1)  $\vec{QP}$  と  $\vec{QR}$  を  $t$ ,  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  を用いて表せ.
- (2)  $\angle PQR = \frac{\pi}{2}$  のとき,  $t$  の値を求めよ.
- (3)  $t$  が (2) で求めた値をとるとき,  $\triangle PQR$  の面積を求めよ.

(神戸大学 2018)

2  $k$  を 2 以上の整数とする. また

$$f(x) = \frac{1}{k} \left( (k-1)x + \frac{1}{x^{k-1}} \right)$$

とおく. 以下の問に答えよ.

- (1)  $x > 0$  において, 関数  $y = f(x)$  の増減と漸近線を調べてグラフの概形をかけ.
- (2) 数列  $\{x_n\}$  が  $x_1 > 1$ ,  $x_{n+1} = f(x_n)$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) を満たすとき,  $x_n > 1$  を示せ.
- (3) (2) の数列  $\{x_n\}$  に対し,

$$x_{n+1} - 1 < \frac{k-1}{k}(x_n - 1)$$

を示せ. また  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$  を求めよ.

(神戸大学 2018)