$\boxed{1}$ 空間内の 2 点 $(-1,\ 3,\ -2)$，$(-3,\ 2,\ -1)$ を通る直線 ℓ がある．x 軸上の点 P と ℓ 上の点 Q との距離が最小になるときの P の座標は $(-\boxed{55},\ 0,\ 0)$，Q の座標は $\left(-\boxed{56},\ \dfrac{\boxed{57}}{\boxed{58}},\ \dfrac{\boxed{59}}{\boxed{60}}\right)$ であり，その距離の最小値は $\dfrac{\sqrt{\boxed{61}}}{\boxed{62}}$ である．

$\boxed{2}$ xy 平面上に 2 つの円 $C_1 : x^2+(y-3)^2=4$，$C_2 : (x-4)^2+y^2=9$ がある．次の問に答えよ．

(1) C_1 と C_2 の接点の座標は $\left(\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}},\ \dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}\right)$ である．

(2) 原点を中心とし，C_1 と C_2 の両方に接する円を C_3 とすると，C_3 の半径は $\boxed{}$ である．

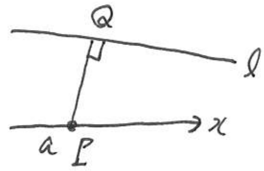
(3) C_1，C_2，C_3 が接する 3 つの接点を通り，軸が y 軸と平行な放物線の頂点の座標は $\left(\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}\boxed{}},\ -\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}\boxed{}}\right)$ である．

2014 年 薬学部 第 6 問

数理 石井K

$\boxed{6}$ 空間内の 2 点 $(-1,\ 3,\ -2)$，$(-3,\ 2,\ -1)$ を通る直線 ℓ がある．x 軸上の点 P と ℓ 上の点 Q との距離が最小になるときの P の座標は $(-\boxed{55}_{6},\ 0,\ 0)$，Q の座標は $\left(-\boxed{56}_{6},\ \dfrac{\boxed{57}\ 1}{\boxed{58}\ 2},\ \dfrac{\boxed{59}\ 1}{\boxed{60}\ 2}\right)$ であり，その距離の最小値は $\dfrac{\sqrt{\boxed{61}\ 2}}{\boxed{62}\ 2}$ である．

$A(-1,3,-2)$，$B(-3,2,-1)$ とおくと．点 Q は直線 AB 上にあるので．



$\overrightarrow{OQ} = s\cdot\overrightarrow{OA} + (1-s)\overrightarrow{OB}$

$= (-s-3(1-s),\ 3s+2(1-s),\ -2s-(1-s))$

$= (2s-3,\ s+2,\ -s-1)$

$\therefore P(a,0,0)$ とおくと，$\overrightarrow{PQ} = (2s-3-a,\ s+2,\ -s-1)$

距離が最小より．$PQ \perp AB$ $\quad \therefore \overrightarrow{PQ}\cdot\overrightarrow{AB} = 0$

$\therefore (2s-3-a,\ s+2,\ -s-1)\cdot(-2,-1,1) = 0$

$\therefore -4s+6+2a-s-2-s-1 = 0 \qquad \therefore a = \dfrac{6s-3}{2}$

このとき．$|\overrightarrow{PQ}|^2 = \left(2s-3-3s+\frac{3}{2}\right)^2 + (s+2)^2 + (-s-1)^2$

$= s^2+3s+\frac{9}{4}+s^2+4s+4+s^2+2s+1$

$= 3s^2+9s+\frac{29}{4}$

$= 3\left(s+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{1}{2} \qquad \therefore$ 最小となるのは $s=-\frac{3}{2}$ のとき．$\frac{1}{2}$

$\therefore a = \dfrac{6\cdot(-\frac{3}{2})-3}{2} = -6 \qquad \therefore \underline{P(-6,0,0)}$ // $\underline{Q\left(-6,\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)}$ //

最小値は $\underline{\dfrac{\sqrt{2}}{2}}$ //

0001893816018999

星薬科大学

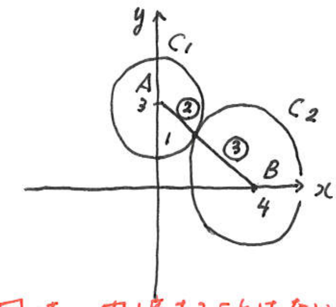
2013年 薬学部 第3問

$\boxed{3}$ xy 平面上に2つの円 $C_1 : x^2+(y-3)^2=4$, $C_2 : (x-4)^2+y^2=9$ がある．次の問に答えよ．

(1) C_1 と C_2 の接点の座標は $\left(\dfrac{\boxed{}\,8}{\boxed{}\,5}, \dfrac{\boxed{}\,9}{\boxed{}\,5}\right)$ である．

(2) 原点を中心とし，C_1 と C_2 の両方に接する円を C_3 とすると，C_3 の半径は $\boxed{}$ 1 である．

(3) C_1，C_2，C_3 が接する3つの接点を通り，軸が y 軸と平行な放物線の頂点の座標は $\left(\dfrac{\boxed{}\,7}{\boxed{}\boxed{}\,10}, -\dfrac{\boxed{}\,9}{\boxed{}\boxed{}\,40}\right)$ である．



(1) 点 $(0,3)$, $(4,0)$ をそれぞれ A, B とおくと，

接点は線分 AB を $2:3$ に内分する点なので，

$$\left(\frac{2\cdot4}{2+3}, \frac{3\cdot3}{2+3}\right)=\underline{\left(\frac{8}{5}, \frac{9}{5}\right)}\,/\!/$$

注：同時に内接することはないので，外接する場合を考える

(2) C_1 と C_3 が接するのは，$2+r=3$ ∴ C_3 の半径 r が $r=1$ のときであり，

このとき，$3+r=4$ をみたすので C_2 とも接している ∴ $r=\underline{1}$ //

(3) 3つの接点は $\left(\frac{8}{5}, \frac{9}{5}\right)$, $(0,1)$, $(1,0)$ なので

放物線は $y=ax^2+bx+1$ $(a\neq0)$ とおける．

$(1,0)$ を通るので，$a+b=-1$ …①

$\left(\frac{8}{5}, \frac{9}{5}\right)$ 〃 $\qquad \frac{64}{25}a+\frac{8}{5}b=\frac{4}{5}$ …②

① − ② × $\frac{5}{8}$ より，$-\frac{3}{5}a=-\frac{3}{2}$ ∴ $a=\frac{5}{2}$ ①より，$b=-\frac{7}{2}$

$$\therefore y=\frac{5}{2}x^2-\frac{7}{2}x+1$$
$$=\frac{5}{2}\left(x^2-\frac{7}{5}x\right)+1$$
$$=\frac{5}{2}\left(x-\frac{7}{10}\right)^2-\frac{5}{2}\cdot\frac{49}{100}+1$$
$$=\frac{5}{2}\left(x-\frac{7}{10}\right)^2-\frac{9}{40}$$

∴ 頂点は $\underline{\left(\frac{7}{10}, -\frac{9}{40}\right)}$ //