$\boxed{1}$ 不等式 $2\cos^2\theta + 5\sin\theta - 4 > 0$ $(0 \leqq \theta < 2\pi)$ を解きなさい．

$\boxed{2}$ 関数 $y = \sin\theta\cos\theta - \sin\theta + \cos\theta$ について考える．以下に答えなさい．

(1) $t = \cos\theta - \sin\theta$ とおくとき，y を t の式で表しなさい．

(2) θ が $0 \leqq \theta \leqq \pi$ の範囲を動くとき，t の動く範囲を求めなさい．

(3) θ が $0 \leqq \theta \leqq \pi$ の範囲を動くとき，y の最大値，最小値と，それらを与える θ の値をそれぞれ求めなさい．

$\boxed{3}$ 関数 $y = 3 \cdot 4^x - 3 \cdot 2^{x+1} + 8$ $(0 \leqq x \leqq 2)$ について，$2^x = t$ とする．

(1) t のとりうる値の範囲は $\boxed{\text{サ}} \leqq t \leqq \boxed{\text{シ}}$ である．

(2) $y = \boxed{\text{ス}}\, t^2 - \boxed{\text{セ}}\, t + \boxed{\text{ソ}}$ $\left(\boxed{\text{サ}} \leqq t \leqq \boxed{\text{シ}}\right)$ である．

(3) y は $t = \boxed{\text{タ}}$ のとき，すなわち，$x = \boxed{\text{チ}}$ のとき，最大値 $\boxed{\text{ツテ}}$ をとり，$t = \boxed{\text{ト}}$ のとき，すなわち，$x = \boxed{\text{ナ}}$ のとき，最小値 $\boxed{\text{ニ}}$ をとる．

$\boxed{4}$ $a_1 = 0$，$a_{n+1} = 3a_n + 5^n$ $(n \geqq 1)$ で定義される数列 $\{a_n\}$ がある．以下の各問いに答えよ．

(1) $\dfrac{a_n}{3^n} = b_n$ とおくとき，$b_{n+1} - b_n$ を n の式で表せ．

(2) b_n を n で表せ．

(3) a_n を n で表せ．

2016年 工・情報デザイン学部 第5問

数理 石井K

$\boxed{5}$ 不等式 $2\cos^2\theta + 5\sin\theta - 4 > 0$ $(0 \leqq \theta < 2\pi)$ を解きなさい.

$2(1-\sin^2\theta) + 5\sin\theta - 4 > 0$

よって, $-2\sin^2\theta + 5\sin\theta - 2 > 0$

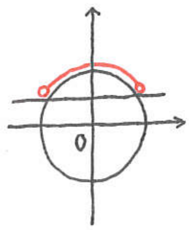
$\therefore\ 2\sin^2\theta - 5\sin\theta + 2 < 0$

$(2\sin\theta - 1)(\sin\theta - 2) < 0$

ここで, $0 \leqq \theta < 2\pi$ より, $-1 \leqq \sin\theta \leqq 1$ であるから $\sin\theta - 2 < 0$

$\therefore\ 2\sin\theta - 1 > 0$

$\therefore\ \sin\theta > \frac{1}{2}$



よって, $\underline{\frac{\pi}{6} < \theta < \frac{5}{6}\pi}$ //

2015年 看護医療学部 第4問

4 関数 $y=\sin\theta\cos\theta-\sin\theta+\cos\theta$ について考える．以下に答えなさい．

(1) $t=\cos\theta-\sin\theta$ とおくとき，y を t の式で表しなさい．

(2) θ が $0\leqq\theta\leqq\pi$ の範囲を動くとき，t の動く範囲を求めなさい．

(3) θ が $0\leqq\theta\leqq\pi$ の範囲を動くとき，y の最大値，最小値と，それらを与える θ の値をそれぞれ求めなさい．

(1) $t^2=\cos^2\theta+\sin^2\theta-2\sin\theta\cos\theta$

$\therefore\ \sin\theta\cos\theta=\dfrac{1-t^2}{2}$

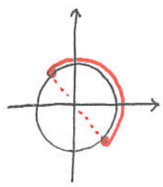
$\therefore\ y=\dfrac{1-t^2}{2}+t$

$=\underline{-\dfrac{1}{2}t^2+t+\dfrac{1}{2}}$ //

(2) $t=-\sqrt{2}\left(\sin\theta\cdot\dfrac{1}{\sqrt{2}}-\cos\theta\cdot\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$

$=-\sqrt{2}\sin\left(\theta-\dfrac{\pi}{4}\right)$

$0\leqq\theta\leqq\pi$ より，$-\dfrac{\pi}{4}\leqq\theta-\dfrac{\pi}{4}\leqq\dfrac{3}{4}\pi$



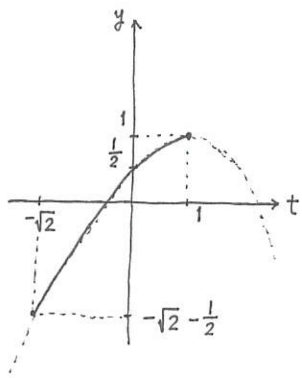
$\therefore\ \underline{-\sqrt{2}\leqq t\leqq 1}$ //

(3) $y=-\dfrac{1}{2}(t^2-2t)+\dfrac{1}{2}\quad(-\sqrt{2}\leqq t\leqq 1)$

$=-\dfrac{1}{2}(t-1)^2+1\quad(-\sqrt{2}\leqq t\leqq 1)$

右のグラフより

$\underline{y\text{ の最大値は }1\ (\theta=0\text{ のとき})，\text{最小値は }-\sqrt{2}-\dfrac{1}{2}\ \left(\theta=\dfrac{3}{4}\pi\right)}$ //



$t=1 \iff \theta=0$

$t=-\sqrt{2} \iff \theta=\dfrac{3}{4}\pi$

2015年 理系1 第6問

数理 石井K

$\boxed{6}$ 関数 $y = 3\cdot 4^x - 3\cdot 2^{x+1} + 8$ $(0 \leqq x \leqq 2)$ について，$2^x = t$ とする．

(1) t のとりうる値の範囲は $\boxed{\text{サ}}$ 1 $\leqq t \leqq$ $\boxed{\text{シ}}$ 4 である．

(2) $y =$ $\boxed{\text{ス}}$ 3 $t^2 -$ $\boxed{\text{セ}}$ 6 $t +$ $\boxed{\text{ソ}}$ 8 （$\boxed{\text{サ}}$ 1 $\leqq t \leqq$ $\boxed{\text{シ}}$ 4）である．

(3) y は $t =$ $\boxed{\text{タ}}$ 4 のとき，すなわち，$x =$ $\boxed{\text{チ}}$ 2 のとき，最大値 $\boxed{\text{ツテ}}$ 32 をとり，$t =$ $\boxed{\text{ト}}$ 1 のとき，すなわち，$x =$ $\boxed{\text{ナ}}$ 0 のとき，最小値 $\boxed{\text{ニ}}$ 5 をとる．

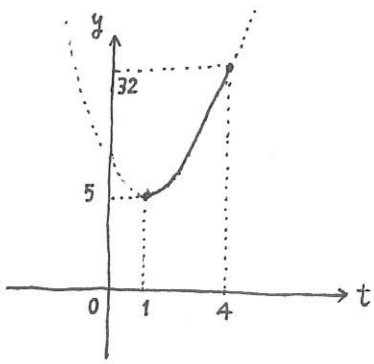
(1) $0 \leqq x \leqq 2$ より，$\underline{1 \leqq t \leqq 4}$ //

(2) $y = 3\cdot(2^x)^2 - 3\cdot 2\cdot 2^x + 8$

$= \underline{3t^2 - 6t + 8}$ // $(1 \leqq t \leqq 4)$

(3) $y = 3(t-1)^2 + 5$

∴ 右図より，



$\underline{t=4 \text{ すなわち } x=2 \text{ のとき最大値 } 32}$ //

$\underline{t=1 \text{ すなわち，} x=0 \text{ のとき最小値 } 5}$ // をとる．

昭和大学

2016年 歯学部・薬学部・保健医療 第5問

$\boxed{5}$ $a_1=0,\ a_{n+1}=3a_n+5^n\ (n \geqq 1)$ で定義される数列 $\{a_n\}$ がある．以下の各問いに答えよ．

(1) $\dfrac{a_n}{3^n}=b_n$ とおくとき，$b_{n+1}-b_n$ を n の式で表せ．

(2) b_n を n で表せ．

(3) a_n を n で表せ．

(1) 漸化式の両辺を 3^{n+1} で割ると．

$$\frac{a_{n+1}}{3^{n+1}}=\frac{a_n}{3^n}+\frac{5^n}{3\cdot 3^n}$$

$$\therefore\ b_{n+1}=b_n+\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{5}{3}\right)^n$$

$$\therefore\ \underline{b_{n+1}-b_n=\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{5}{3}\right)^n}\ //$$

(2) $b_1=\dfrac{a_1}{3}=0,$

$n \geqq 2$ のとき．

$$b_n=b_1+\sum_{k=1}^{n-1}\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{5}{3}\right)^k$$

$$=0+\frac{1}{3}\cdot\frac{\frac{5}{3}\left\{1-\left(\frac{5}{3}\right)^{n-1}\right\}}{1-\frac{5}{3}}$$

$$=\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{5}{3}\right)^n-\frac{5}{6}$$

これは $n=1$ のときも成り立っている

$$\therefore\ \underline{b_n=\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{5}{3}\right)^n-\frac{5}{6}}\ //$$

(3) $\dfrac{a_n}{3^n}=\dfrac{1}{2}\cdot\left(\dfrac{5}{3}\right)^n-\dfrac{5}{6}$

$$\therefore\ a_n=\frac{5^n}{2}-\frac{5}{6}\cdot 3^n$$

$$\therefore\ \underline{a_n=\frac{3\cdot 5^n-5\cdot 3^n}{6}}\ //$$