愛知県立大学

2013 年 第 2 問

$\boxed{2}$ 座標平面上で，原点 O を始点とし第 1 象限の点 A を通る半直線 OA と x 軸の正の向きとのなす角を θ $\left(0 < \theta < \frac{\pi}{2}\right)$ とする．点 B は x 軸上にあり，$|\overrightarrow{\mathrm{OB}}| = b$，$|\overrightarrow{\mathrm{OA}}| = a$ とする．原点 O から直線 AB に下ろした垂線と直線 AB との交点を P とする．このとき，以下の問いに答えよ．

(1) $\overrightarrow{\mathrm{AP}} = t\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ とおく．$\overrightarrow{\mathrm{OP}} = t\overrightarrow{\mathrm{OB}} + (1-t)\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ であることを示し，t を a，b，θ で表せ．

(2) θ を固定し $b = 1$ とする．点 P が線分 AB 上に存在するような a の値の範囲を求めよ．

(3) (2) において，△OAB の面積の最大値を求めよ．

(4) (2) において，$\theta = \frac{\pi}{3}$ とする．面積が最大となる △OAB は直角三角形であることを示せ．