



2014年理工第3問

3 原点 O を中心とする半径 1 の円 C 上の点を P とし、線分 OP と x 軸の正の向きとのなす角を θ とする。ただし、 $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ とする。また、 C 上の点 Q を、線分 OQ と x 軸の正の向きとのなす角が $\frac{\theta}{2}$ となる点とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 直線 OQ と直線 $x = 1$ との交点を $(1, t)$ とするとき、 P の座標を t を用いて表せ。
- (2) P から x 軸におろした垂線の交点を H とする。 $\triangle OPH$ の三辺の長さの和を θ で表す関数を $r(\theta)$ とするとき、関数 $y = \frac{1}{r(\theta)}$ のグラフをかけ。ただし、横軸に θ 、縦軸に y をとるものとする。
- (3) 定積分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{r(\theta)} d\theta$ を求めよ。