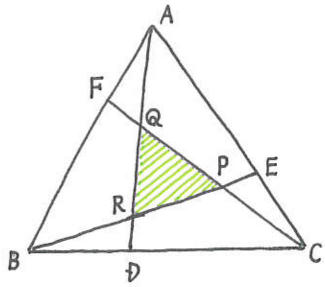
0002018541897999

千葉大学

2015年 教育学部（算数・技術）第3問

数理 石井K

$\boxed{3}$ 1辺の長さ1の正三角形ABCにおいて，BCを1：2に内分する点をD，CAを1：2に内分する点をE，ABを1：2に内分する点をFとし，さらにBEとCFの交点をP，CFとADの交点をQ，ADとBEの交点をRとする．このとき，△PQRの面積を求めよ．



図形の対称性より，

△PQRは正三角形である

メネラウスの定理より，

$$\frac{BD}{DC}\cdot\frac{CA}{AE}\cdot\frac{ER}{RB}=1$$

よって，$\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{ER}{RB}=1$

$\therefore ER:RB=4:3$ …①

同様に，

$$\frac{BF}{FA}\cdot\frac{AC}{CE}\cdot\frac{EP}{PB}=1$$

よって，$\frac{2}{1}\cdot\frac{3}{1}\cdot\frac{EP}{PB}=1$

$\therefore EP:PB=1:6$ …②

①，②より，$EP:PR:RB=1:3:3$ …③

余弦定理より，

$$EB^2=1^2+\left(\frac{2}{3}\right)^2-2\cdot1\cdot\frac{2}{3}\cdot\cos60^\circ$$

$$=\frac{7}{9}$$

$\therefore EB=\frac{\sqrt{7}}{3}$ …④

③，④より，$PR=\frac{\sqrt{7}}{3}\times\frac{3}{7}=\frac{\sqrt{7}}{7}$

$$\therefore \triangle PQR=\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{\sqrt{7}}{7}\right)^2\cdot\sin60^\circ$$

$$=\underline{\frac{\sqrt{3}}{28}}$$ //