



2010年人文学部第2問

2 次の問いに答えよ。

- (1)  $p, q, r, s$  を整数とする。このとき  $p + q\sqrt{2} = r + s\sqrt{2}$  が成り立つならば、 $p = r$  かつ  $q = s$  となることを示せ。ここで  $\sqrt{2}$  が無理数であることは使ってよい。
- (2) 自然数  $n$  に対し、 $(3 + 2\sqrt{2})^n = a_n + b_n\sqrt{2}$  を満たす整数  $a_n, b_n$  が存在することを数学的帰納法により示せ。
- (3)  $a_n, b_n$  を (2) のものとする。このときすべての自然数  $n$  について  $(x, y) = (a_n, b_n)$  は方程式  $x^2 - 2y^2 = 1$  の解であることを数学的帰納法により示せ。