

2013年工・情報科学・社シス科学 第4問

4 Oを原点とする  $xy$  平面上に、放物線  $C: y = \frac{1}{4}x^2$  がある。点  $A(2, 8)$  を通る直線  $l: y = t(x-2) + 8$  (ただし、 $t$  は定数) と  $C$  との2つの交点を結ぶ線分の midpoint を  $M(X, Y)$  とするとき、次の問いに答えよ。

- (1)  $C$  と  $l$  との2つの交点の  $x$  座標を  $\alpha, \beta$  とすると、 $\alpha + \beta =$    $t$  である。 $X, Y$  を  $t$  を用いて表すと、  
 $X =$    $t, Y =$    $t^2 -$    $t +$   である。
- (2)  $M$  が直線  $OA$  上の点であるような  $t$  の値は小さい方から順に ,  である。
- (3)  $t$  が  から  まで変化するときの  $M$  の軌跡は、放物線

$$D: y = \frac{\text{ク}}{\text{ケ}} x^2 - x + \text{コ}$$

の   $\leq x \leq$   の部分である。

- (4)   $\leq t \leq$   において、直線  $OM$  が  $D$  に接するとき、 $X =$   である。また、 $t$  が  から  まで変化するとき、線分  $OM$  が通過する部分の面積は  $\frac{\text{セソ}}{\text{タ}}$  である。