

2011年工・情報科学・社シス科学第4問

4 三角形OABは面積が $9\sqrt{7}$ で、 $OA = 6$ 、 $OB = 8$ であり、 $\angle AOB$ は鈍角である。辺AB上に2点L、Mがあり、線分OL上に点Nがあつて、

$$AL : LB = 1 : 3, \quad AM : MB = ON : NL = t : (1 - t)$$

(ただし、 $0 < t < 1$ ) が成り立っている。このとき、次の問いに答えよ。

(1)  $\sin \angle AOB = \frac{\boxed{\text{ア}} \sqrt{\boxed{\text{イ}}}}{\boxed{\text{ウ}}}$  であり、内積  $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = \boxed{\text{エオ}}$  である。

(2)  $\vec{ON}$ 、 $\vec{NM}$  は  $\vec{OA}$ 、 $\vec{OB}$  を用いて

$$\vec{ON} = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}} t \vec{OA} + \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}} t \vec{OB}$$

$$\vec{NM} = \left(1 - \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}\right) t \vec{OA} + \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}} t \vec{OB}$$

と表される。

(3)  $\vec{NM}$  が  $\vec{AB}$  と垂直になるのは、 $t = \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$  のときである。このとき、三角形NABの面積は  $\boxed{\text{タ}} \sqrt{\boxed{\text{チ}}}$  である。