

2015年商（経営、金融）第2問

2 実数の定数  $a$  ( $a \neq 1$ ),  $b$ ,  $c$  に対し, 多項式  $f(x) = ax^3 + 2bx^2 + 6x + c$  を考える.  $f(x)$  が  $x = a$  および  $x = 1$  で極値を持つとき, 以下の設問に答えよ.

- (1)  $a$ ,  $b$  の値をすべて求めよ.
- (2)  $f(x)$  の極小値が  $3a$  であるとき,  $c$  の値を求めよ.

$$(1) f'(x) = 3ax^2 + 4bx + 6$$

$$\therefore f'(a) = 3a^3 + 4ab + 6 = 0 \quad \cdots \textcircled{1}$$

$$f'(1) = 3a + 4b + 6 = 0 \quad \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \text{ より, } 3a(a+1)(a-1) + 4b(a-1) = 0$$

$$\therefore (a-1) \{ 3a(a+1) + 4b \} = 0$$

$$a \neq 1 \text{ より, } b = -\frac{3}{4}a(a+1)$$

$$\text{これを } \textcircled{2} \text{ に代入して, } 3a - 3a(a+1) + 6 = 0 \quad \therefore a = \pm\sqrt{2}$$

$$\therefore (a, b) = (\sqrt{2}, -\frac{3(2+\sqrt{2})}{4}), (-\sqrt{2}, -\frac{3(2-\sqrt{2})}{4})$$

逆に, これらの値のとき極値をもつ

$x = a, x = 1$  で 極小値をもつ

(2) (i)  $a = \sqrt{2}$  のとき.

極小値は  $f(\sqrt{2}) = -2 + 3\sqrt{2} + c$

$$\therefore -2 + 3\sqrt{2} + c = 3\sqrt{2} \quad \therefore c = 2$$

(ii)  $a = -\sqrt{2}$  のとき.

極小値は  $f(-\sqrt{2}) = -2 - 3\sqrt{2} + c$

$$\therefore -2 - 3\sqrt{2} + c = -3\sqrt{2} \quad \therefore c = 2$$

(i), (ii) より,  $c = 2$

