

2011年第3問

3 初項が a で公比が r の等比数列を $\{a_n\}$ とし、初項が b で公比が s の等比数列を $\{b_n\}$ とする。数列 $\{x_n\}$ を

$$x_n = a_n + b_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定義するとき、以下の問いに答えよ。

- (1) $x_1x_3 - x_2^2$ と $x_2x_4 - x_3^2$ をそれぞれ a, b, r, s の式で表し、因数分解せよ。
- (2) $x_1x_4 - x_2x_3$ を a, b, r, s の式で表し、因数分解せよ。

以下では、 $r < s$ とし、数列 $\{x_n\}$ のはじめの4つの項が

$$x_1 = 4, \quad x_2 = 7, \quad x_3 = 11, \quad x_4 = 13$$

となる場合を考える。

- (3) a, b, r, s の値を求め、数列 $\{x_n\}$ の一般項を求めよ。
- (4) 数列 $\{x_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n を求めよ。
- (5) 極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{S_n}$ を求めよ。