

2015年医学部第1問

1 次の問いに答えなさい。

(1) 定数  $a$  を正の実数とする。関数

$$f(\theta) = 4 \sin 2\theta + 6 \cos^2 \theta + 4a(\sin \theta + 2 \cos \theta) + a^2 + 1$$

の  $0 \leq \theta \leq \pi$  における最大値を  $M$ 、最小値を  $m$  とする。 $t = \sin \theta + 2 \cos \theta$  とおく。  $f(\theta)$  を  $t$  を用いて表すと

$$f(\theta) = \boxed{\text{ア}} t^2 + 4at + a^2 - \boxed{\text{イ}}$$

である。

$$M = a^2 + \boxed{\text{ウ}} \sqrt{\boxed{\text{エ}}} a + \boxed{\text{オ}} \text{ であり、これを与える } \theta \text{ の値を } \theta_0 \text{ とすると、} \tan \theta_0 = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$$

である。

また、  $M - m = 14$  となる  $a$  の値は、  $a = \sqrt{\boxed{\text{ク}}} - \sqrt{\boxed{\text{ケ}}}$  である。(2) 定数  $m$  を正の整数とする。 $xy$  平面上に 2 点  $A(21, 0)$ 、 $B(0, m)$  がある。点  $(1, 0)$  と直線  $AB$  との距離を  $d$  とすると

$$d = \frac{\boxed{\text{コサ}} m}{\sqrt{m^2 + \boxed{\text{シスセ}}}}$$

である。

 $d$  が有理数となるような  $m$  の値は全部で  $\boxed{\text{ソ}}$  個あり、そのうち  $m$  の値が最大のものは  $m = \boxed{\text{タチツ}}$  である。また、  $d$  が整数となるとき、  $m = \boxed{\text{テト}}$ 、  $d = \boxed{\text{ナニ}}$  である。