

2015年医学部第4問

4  $xy$  平面上に直線  $l: y = \frac{1}{2}x$  がある。自然数  $n$  に対して、この平面上に、正方形  $A_n B_n C_n D_n$  を次のように定める。

$$\left\{ \begin{array}{l} A_1 \left( \frac{1}{3}, 0 \right) \\ \text{正方形の頂点は時計回りに } A_n, B_n, C_n, D_n \text{ とする。} \\ \text{頂点 } A_n, D_n \text{ は } x \text{ 軸上にあり、頂点 } B_n \text{ は直線 } l \text{ 上にある。} \\ \text{頂点 } A_n \text{ の } x \text{ 座標は頂点 } D_n \text{ の } x \text{ 座標より小さい。} \\ \text{頂点 } D_n \text{ を頂点 } A_{n+1} \text{ とする。} \end{array} \right.$$

頂点  $A_n$  の  $x$  座標を  $x_n$ 、正方形  $A_n B_n C_n D_n$  の面積を  $S_n$  とする。

(1) 正方形  $A_n B_n C_n D_n$  の1辺の長さは  $\frac{\text{ア}}{\text{イ}} x_n$  である。

また、正方形  $A_n B_n C_n D_n$  の対角線の交点の座標は  $\left( \frac{\text{ウ}}{\text{エ}} x_n, \frac{\text{オ}}{\text{カ}} x_n \right)$  であるから、すべての自然数  $n$  に対して正方形  $A_n B_n C_n D_n$  の対角線の交点は直線  $y = \frac{\text{キ}}{\text{ク}} x$  上にある。

(2)  $x_{n+1}$  を  $x_n$  で表すと  $x_{n+1} = \frac{\text{ケ}}{\text{コ}} x_n$  である。よって  $x_n = \frac{3}{2} \frac{\text{サ}}{\text{シ}}$  である。ただし、 $\text{サ}$ 、 $\text{シ}$  には、次の①～⑥の中から最も適切なものをそれぞれ一つ選ぶこと。

- ①  $-n-1$     ②  $-n$     ③  $n-2$     ④  $n-1$     ⑤  $n$     ⑥  $n+1$

(3)  $T_n = \sum_{k=1}^n S_k$  とおく。  $T_n > 1$  となる最小の  $n$  は  $\text{ス}$  である。