



2010年医学部第4問

4 p を 0 でない実数とし、行列 A, B をそれぞれ次のように定める。このとき、以下の問いに答えよ。

$$A = \begin{pmatrix} p - \frac{1}{p} & 1 \\ 2 & -p \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{p} & -1 \end{pmatrix}$$

- (1) 等式 $A^{-1} = aA + bE$ が成り立つ定数 a, b を p で表せ。ただし、 E は 2 次の単位行列である。
(2) $AB = C$ とおく。 $E + C$ の逆行列が存在することを示し、さらに自然数 m に対して等式

$$E - C + C^2 - C^3 + \dots - C^{2m-1} = (E - C^{2m})(E + C)^{-1}$$

が成り立つことを示せ。

- (3) $p = \sqrt{3}$ とし、自然数 n に対し $D_n = E - C + C^2 - C^3 + \dots - C^{6n-1}$ とおく。行列 D_n の表す 1 次変換により点 $(2, 3)$ が点 (x_n, y_n) に移されるとする。 x_n および $\frac{y_n}{x_n}$ を求めよ。