

2013年 理系全学部日程 第1問

1 次の に適する数または式を記入せよ.

サッカーの国際大会に日本, A国およびB国の3ヶ国が参加し, 優勝国は次のように決定される.

(i) 3つの国のうち2つの国が試合をする. 勝った国が残りの1つの国と試合をし, 2連勝する国が生じるまで試合を繰り返す. この連勝国を優勝国とし, 大会を終了する.

(ii) 各試合において, 引き分けは無く, 必ず勝敗が決まる.

日本がA国, B国に勝つ確率をそれぞれ $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ とし, A国がB国に勝つ確率は $\frac{2}{3}$ とする. 第1戦は日本とA国が対戦する.

第2戦で日本が優勝する確率は であり, 第3戦で日本が優勝する確率は であり, 第4戦で日本が優勝する確率は であり, 第5戦で日本が優勝する確率は である. ゆえに第 $3n+2$ 戦

(n は0以上の整数)で日本が優勝する確率 p_n は $p_n = \text{$ となる. このとき $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^n p_k = \text{$ と

なる. 一方, 第7戦で日本が優勝する確率は となる. 第 $3n+1$ 戦 (n は1以上の整数)で日本が優勝する確率 q_n は $q_n = \text{$ となる. このとき $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n q_k = \text{$ となる. また第 $3n$ 戦 (n は1以上

の整数)で日本が優勝する確率 r_n は $r_n = \text{$ となる.