

2014年 理工学部 第2問

2 座標空間において原点  $O(0, 0, 0)$  と、3点  $A(a, a, b)$ ,  $B(a, b, a)$ ,  $C(b, a, a)$  ( $b > a \geq 0$ ) を頂点とする四面体  $OABC$  を考える。次の問いに答えよ。

- (1)  $\triangle ABC$  の面積  $S$  を求めよ。
- (2) 四面体  $OABC$  の体積  $V$  を求めよ。
- (3) 四面体  $OABC$  が正四面体となる条件を、 $a$  と  $b$  を用いて表せ。
- (4)  $a, b$  がともに自然数のとき、(3) の条件を満たす  $b$  の最小値と、そのときの  $a$  の値をそれぞれ求めよ。また、そのときの  $S$  と  $V$  を求めよ。