

2010年第4問

4 実数 a に対し,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a-2 \\ a+1 & -3 \end{pmatrix}, \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

とする。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) すべての a に対して A が逆行列をもつことを示し、 A の逆行列を求めよ。
- (2) $E - A$ が逆行列をもたないような a の値を求めよ。

以下では、 a を (2) で求めた値のうち正のものとする。

(3) $A \begin{pmatrix} b \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b \\ 3 \end{pmatrix}$ となる b を求めよ。また、 $A \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ となる k を求めよ。

(4) b を (3) で求めた値とし、 $P = \begin{pmatrix} b & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ とする。 $AP = PQ$ となる2次の正方行列 Q を求めよ。

(5) 自然数 n に対して A^n を求めよ。