

2012年 国際文理（環境科学）第1問


 数理
石井K

1 a を定数とし、 $f(x) = x^5 - 5x^3 + ax$ とする。方程式 $f(x) = 0$ は異なる5つの実数解をもち、これらを $x_1 < x_2 < x_3 < x_4 < x_5$ とする。この5つの解は等差数列をなしており、その総和は0である。次の問に答えなさい。

- (1) $x_3 = 0$ を示せ。
 (2) a の値を求めよ。
 (3) x_1, x_2, x_4, x_5 を求めよ。

(1) 等差数列の公差を $d (> 0)$ とおくと。

$$x_1 = x_3 - 2d, \quad x_2 = x_3 - d, \quad x_4 = x_3 + d, \quad x_5 = x_3 + 2d \text{ と表せる。}$$

$$\therefore x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 5x_3$$

$$\text{総和は0なので } 5x_3 = 0 \quad \therefore x_3 = 0 \quad \square$$

(2) (1) より $f(x) = (x+2d)(x+d)x(x-d)(x-2d)$ と表せるので

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 4d^2)(x^2 - d^2) \cdot x \\ &= x^5 - 5d^2x^3 + 4d^4x \end{aligned}$$

$$\therefore \text{係数を比較して } d^2 = 1, \quad \underline{a = 4} \quad "$$

(3) (2) より $d^2 = 1$ であるから $d > 0$ より $d = 1$

$$\therefore 5 \text{ つの解は } x = -2, -1, 0, 1, 2$$

$$\therefore \underline{x_1 = -2, x_2 = -1, x_4 = 1, x_5 = 2} \quad "$$