



2013年理工第2問

2 直角三角形  $ABC$  があり,  $\angle A = \frac{\pi}{2}$ ,  $\angle B = \theta$ ,  $BC = a$  である. 頂点  $A$  から辺  $BC$  に垂線  $AP_1$  を下ろし, 点  $P_1$  から辺  $AB$  に垂線  $P_1Q_1$  を下ろす. 同様に, 点  $Q_1$  から辺  $BC$  に垂線  $Q_1P_2$  を下ろし, 点  $P_2$  から辺  $AB$  に垂線  $P_2Q_2$  を下ろす. この操作を繰り返し, 辺  $BC$  上に点  $P_1, P_2, P_3$  を, 辺  $AB$  上に点  $Q_1, Q_2, Q_3$  をそれぞれ定める. また,  $AP_1$  と  $CQ_1$  の交点を  $R_1$ ,  $Q_1P_2$  と  $P_1Q_2$  の交点を  $R_2$ ,  $Q_2P_3$  と  $P_2Q_3$  の交点を  $R_3$  とする. 以下の問いに答えよ.

- (1)  $AP_1, P_1Q_1$  の長さを求めよ.
- (2)  $\overrightarrow{CR_1}$  を  $\overrightarrow{CP_1}$  と  $\overrightarrow{CA}$  を用いて表せ.
- (3)  $\triangle R_1P_1C$  の面積  $S_1$  を求めよ.
- (4)  $\triangle R_3P_3P_2$  の面積  $S_3$  を求めよ.