



2015年第4問

4 関数  $f(x) = e^{-x}$  を考える. 曲線  $y = f(x)$  を  $C$  とする.  $t > 0$  として, 曲線  $C$  上の点  $(t, f(t))$  における接線と  $x$  軸,  $y$  軸との交点をそれぞれ  $P, Q$  とする. 以下の問に答えよ.

- (1)  $P, Q$  の座標を求めよ.
- (2) 原点を  $O$  とするとき,  $\triangle OPQ$  の面積を  $S$  とする.  $t$  が変化するとき,  $S$  の最大値を求めよ. また, そのときの2点  $P, Q$  を通る直線  $l$  の方程式を求めよ.
- (3)  $C$  と (2) で求めた  $l$  および  $y$  軸で囲まれた図形を  $y$  軸のまわりに1回転してできる回転体の体積  $V$  を求めよ.