



2010年第5問

5  $a$  を正の実数とし、 $b$  を負の実数とする。  $xy$  平面上の直線  $C_1: y = x$  と放物線  $C_2: y = ax^2 + bx$  を考える。  $C_1$  と  $C_2$  は2点で交わっており、  $C_1$  と  $C_2$  の囲む図形の面積を  $S$  とする。 以下の問に答えよ。

(1)  $a$  を  $S$  と  $b$  を用いて表せ。

(2)  $C_1$  と  $C_2$  の交点の座標を  $(p_1, q_1)$ ,  $(p_2, q_2)$  (ここで  $p_1 < p_2$ ) とし、  $L = p_2 - p_1$  とおく。  $p_1 \leq x \leq p_2$  における  $ax^2 + bx$  の最小値の絶対値を  $T$  とする。  $S$  の値が一定になるように  $a$  と  $b$  を変化させたとき、  $\frac{T-L}{L^3}$  の最小値を  $S$  を用いて表せ。