



2018年 医学部 第3問

3 $t = \cos \theta$ とする. 自然数 n について, ド・モアブルの定理

$$(\cos \theta + i \sin \theta)^n = \cos n\theta + i \sin n\theta$$

が成り立つことにより $\cos n\theta$ を t の n 次多項式として表すことができる. この多項式を $f_n(t)$ とし, 変数 t についての $f_n(t)$ の導関数を $f_n'(t)$ とする. このとき以下の問いに答えよ.

- (1) $f_6(t)$ を求めよ.
- (2) 自然数 m について $f_{2m}(t)$ の t^{2m} の係数を求めよ.
- (3) $f_n(t)^2 + (1 - t^2) \left\{ \frac{1}{n} f_n'(t) \right\}^2 = 1$ が成り立つことを示せ.