

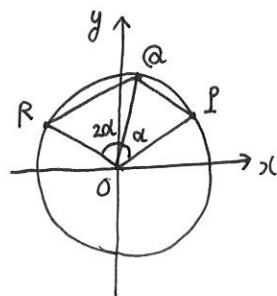
2014年薬学部(C日程)第3問



3 原点 O , 半径 1 の円の円周上に点 P, Q, R がある. また, $0 < \alpha < \frac{\pi}{3}$ であるような定数 α に対し, $\angle POQ = \alpha$, $\angle QOR = 2\alpha$, $\angle POR = 3\alpha$ が成り立っているものとする. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1) 四角形 $PQRO$ の面積 S を, α を用いて表せ.
 (2) 線分 PR の長さ l を, α を用いて表せ.
 (3) $\alpha = \frac{\pi}{6}$ であるとき, 直線 PR と直線 OQ がなす角 β に対し, $\sin \beta$ の値を求めよ.

$$\begin{aligned}
 (1) \quad S &= \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 \cdot \sin \alpha + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 \cdot \sin 2\alpha \\
 &= \frac{1}{2} (\sin \alpha + \sin 2\alpha)
 \end{aligned}$$



(2) 余弦定理より

$$l^2 = 1^2 + 1^2 - 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \cos 3\alpha$$

$$\therefore l^2 = 2(1 - \cos 3\alpha)$$

$$\therefore l = \sqrt{2(1 - \cos 3\alpha)}$$

(3) 回転によつて β は変わらないので P を $(1, 0)$ にとる.

$$\therefore \beta = 75^\circ$$

$$\therefore \sin \beta = \sin(30^\circ + 45^\circ)$$

$$= \sin 30^\circ \cos 45^\circ + \cos 30^\circ \sin 45^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$$

————— //

