

2015年 第1問

1 以下の問いに答えよ。

- (1)  $a, b$  を実数とする。また、実数  $x$  に対する2つの条件  $x(x^2 + ax + b) = 0$  と  $x = 0$  が、互いに同値であるとする。このとき、 $a$  と  $b$  がみたす関係を求め、点  $(a, b)$  が存在する領域を座標平面に図示せよ。
- (2) 方程式  $20 \cdot 15^{-x} + 225^x - 21 = 0$  を解け。

(1)  $x = 0 \Rightarrow x(x^2 + ax + b) = 0$  は常に成り立つ

$$x(x^2 + ax + b) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ または } x^2 + ax + b = 0 \text{ なので}$$

$x^2 + ax + b = 0$  が  $x = 0$  以外の実数解をもたないとき。

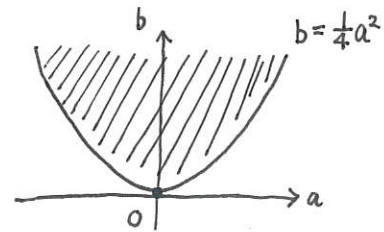
$$x = 0 \Leftarrow x(x^2 + ax + b) \text{ となる。}$$

$\therefore x^2 + ax + b = 0$  の判別式を  $\Delta$  とすると。

$$a = b = 0 \text{ または } \Delta = a^2 - 4b < 0$$

$$\underline{a = b = 0 \text{ または } b > \frac{1}{4}a^2}$$

$x = 0$  を重解にもつ  
 または、実数解をもたない



$\therefore (a, b)$  が存在するのは、右図の斜線部分(境界線は原点のみ含む)

(2)  $t = 15^x$  とおくと、 $t > 0$  であり、方程式は、

$$20 \cdot t^{-1} + t^2 - 21 = 0$$

すなわち、 $t^3 - 21t + 20 = 0$  となる。

$$\therefore (t-1)(t-4)(t+5) = 0$$

$$t > 0 \text{ より、} t = 1, 4$$

$$\therefore 15^x = 1, 4$$

$$\therefore \underline{x = 0, \log_{15} 4}$$