



2017年 第5問

5 $\theta = \frac{\pi}{5}$ とするとき、座標平面上の点 $P_n(x_n, y_n)$ ($n = 0, 1, 2, \dots, 10$) を次の式で与える.

$$\begin{cases} x_n = \left(1 + \frac{1}{5}(-1)^n\right) \cos n\theta \\ y_n = \left(1 + \frac{1}{5}(-1)^n\right) \sin n\theta \end{cases}$$

以下の問いに答えよ.

- (1) 点 P_0, P_1, \dots, P_{10} の順序で各点を線分で結んで描かれる図形の概形を、解答用紙(省略)に与えた座標平面上に描け. ただし、各点の座標は記入しなくてよい. また、座標平面上に点線で描かれた図形は、単位円に内接する正10角形であり、その頂点の1つの座標は $(1, 0)$ である.
- (2) $5\theta = \pi$ を用いて、 $\sin 3\theta = \sin 2\theta$ が成り立つことを示せ.
- (3) (2) で示した等式を用いて、 $\cos \theta$ の値を求めよ.
- (4) 線分 P_0P_1 , 線分 P_1P_2 , \dots , 線分 P_9P_{10} の長さの総和を $4\sqrt{a+b\sqrt{c}}$ と表すとき、整数 a, b, c の値を求めよ.