

2018年医学部第2問

2 自然数 k, n が $k \leq n$ を満たすとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 不等式 $\left(\frac{n}{k}\right)^k \leq {}_n\text{C}_k$ を証明せよ。
- (2) すべての実数 t に対して、 $1 + t \leq e^t$ を証明せよ。
- (3) 0 以上のすべての実数 t に対して、 ${}_n\text{C}_k t^k \leq e^{nt}$ を証明せよ。
- (4) 不等式 ${}_n\text{C}_k \leq \left(\frac{en}{k}\right)^k$ を証明せよ。
- (5) $n = 10^{23}$, $k = 10^2$ のとき、 ${}_n\text{C}_k$ の桁数の下 2 桁を切り捨てた値を求めよ。