0001644365538999

2014年 第5問

数理 石井K

$\boxed{5}$ 1辺の長さが1の正六角形において，頂点を反時計回りに P_1，P_2，P_3，P_4，P_5，P_6 とする．1個のさいころを2回投げて，出た目を順に j，k とする．P_1，P_j，P_k が異なる3点となるとき，この3点を頂点とする三角形の面積を S とする．P_1，P_j，P_k が異なる3点とならないときは，$S=0$ と定める．次の問いに答えよ．

(1) $S>0$ となる確率を求めよ．

(2) S が最大となる確率を求めよ．

(3) S の期待値を求めよ．

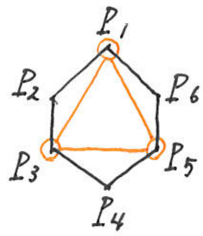
(1) $j \neq 1$ なので．$\frac{5}{6}$

$k \neq 1$ かつ $k \neq j$ となるのは $\frac{4}{6}$ $\therefore \frac{5}{6} \times \frac{4}{6} = \underline{\frac{5}{9}}$ //

(2) S が最大 $\Leftrightarrow$ $\triangle P_1P_jP_k$: 正三角形

$\therefore (j, k) = (3, 5)$ または $(5, 3)$

$\therefore \frac{2}{36} = \underline{\frac{1}{18}}$ //



(3) 考えられるのは右の4通り．

(iii) となる確率は．$\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

$(j, k) = (2, 3), (3, 2), (5, 6), (6, 5),$
$(2, 6), (6, 2)$ なので

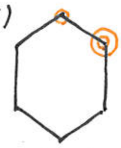
(iv) となる確率は．$\frac{5}{9} - \frac{1}{18} - \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$

$\therefore$ (期待値) $= 0 \cdot \frac{4}{9} + \frac{3\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{1}{18} + \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{1}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{3}$

$= \frac{\sqrt{3}}{24} + \frac{\sqrt{3}}{24} + \frac{4\sqrt{3}}{24}$

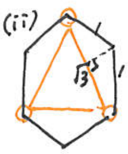
$= \underline{\frac{\sqrt{3}}{4}}$ //

(i)



$S = 0$

(ii)

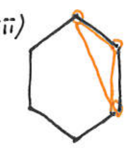


一辺の長さ $\sqrt{3}$ の正三角形

$S = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{3}{2}$

$= \frac{3\sqrt{3}}{4}$

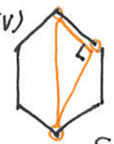
(iii)



$S = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 \cdot \sin 120^\circ$

$= \frac{\sqrt{3}}{4}$

(iv)



$S = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \sqrt{3}$

$= \frac{\sqrt{3}}{2}$