# 広島大学

2015年 理系 第3問



**3** 座標空間内に5点

$$\mathrm{O}(0,\ 0,\ 0),\quad \mathrm{A}\left(0,\ 0,\ \frac{3}{4}\right),\quad \mathrm{B}\left(\frac{1}{2},\ 0,\ \frac{1}{2}\right),\quad \mathrm{C}(s,\ t,\ 0),\quad \mathrm{D}(0,\ u,\ 0)$$

がある．ただし，$s$，$t$，$u$ は実数で，$s>0$，$t>0$，$s+t=1$ を満たすとする．3点A，B，Cの定める平面が $y$ 軸と点Dで交わっているとき，次の問いに答えよ．

(1) 直線ABと $x$ 軸との交点の $x$ 座標を求めよ．

(2) $u$ を $t$ を用いて表せ．また，$0<u<1$ であることを示せ．

(3) 点 $(0,\ 1,\ 0)$ をEとする．点Dが線分OEを $12:1$ に内分するとき，$t$ の値を求めよ．

(1) 直線AB: $z=\dfrac{\frac{1}{2}-\frac{3}{4}}{\frac{1}{2}-0}(x-0)+\dfrac{3}{4}$ 　$\therefore$ AB: $z=-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{3}{4}$

ベクトルで解いてもよい

$\therefore$ $z=0$ を代入すると，$\underline{x=\dfrac{3}{2}}$ //

(2) $\overrightarrow{AD}=l\overrightarrow{AB}+m\overrightarrow{AC}$ と表されればよいので，

$$\left(0,u,-\frac{3}{4}\right)=l\left(\frac{1}{2},0,-\frac{1}{4}\right)+m\left(s,t,-\frac{3}{4}\right)$$

$$\therefore\begin{cases}0=\frac{1}{2}l+ms & \cdots① \\ u=mt & \cdots② \\ -\frac{3}{4}=-\frac{1}{4}l-\frac{3}{4}m & \cdots③\end{cases}$$

①と③より，$l$ を消去して，$m=\dfrac{3}{3-2s}$

$s=1-t$ より，$m=\dfrac{3}{2t+1}$

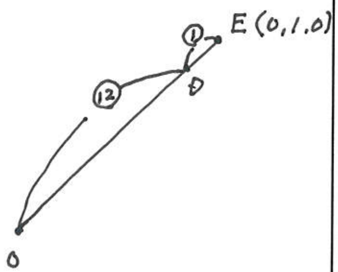
②に代入して，$\underline{u=\dfrac{3t}{2t+1}}$ //

$$u=\frac{\frac{3}{2}(2t+1)-\frac{3}{2}}{2t+1}=\frac{3}{2}-\frac{3}{4t+2}$$

$\therefore$ $u$ は $t$ の単調増加関数なので，$0<t<1$ より，$0<u<1$ ■

$t=0$ のとき，　$t=1$ のとき，

(3) 右図より，$\overrightarrow{OD}=\dfrac{12}{13}\overrightarrow{OE}$




$\therefore$ $(0,u,0)=\left(0,\dfrac{12}{13},0\right)$

(2)より，$\dfrac{3t}{2t+1}=\dfrac{12}{13}$ 　$\therefore$ $\underline{t=\dfrac{4}{5}}$ //