

2012年理系第4問

4  $n$ を正の整数とする. 数列  $\{a_k\}$ を

$$a_1 = \frac{1}{n(n+1)}, \quad a_{k+1} = -\frac{1}{k+n+1} + \frac{n}{k} \sum_{i=1}^k a_i \quad (k=1, 2, 3, \dots)$$

によって定める.

- (1)  $a_2$ および  $a_3$ を求めよ.
- (2) 一般項  $a_k$ を求めよ.
- (3)  $b_n = \sum_{k=1}^n \sqrt{a_k}$ とおくとき,  $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = \log 2$ を示せ.