



2010年第4問

4 点  $O$  を原点とする座標平面上に、2点  $A(1, 0)$ ,  $B(\cos \theta, \sin \theta)$  ( $90^\circ < \theta < 180^\circ$ ) をとり、以下の条件をみたす2点  $C$ ,  $D$  を考える.

$$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC} = 1, \quad \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OD} = 0, \quad \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC} = 0, \quad \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OD} = 1$$

また、 $\triangle OAB$  の面積を  $S_1$ ,  $\triangle OCD$  の面積を  $S_2$  とおく.

- (1) ベクトル  $\overrightarrow{OC}$ ,  $\overrightarrow{OD}$  の成分を求めよ.
- (2)  $S_2 = 2S_1$  が成り立つとき、 $\theta$  と  $S_1$  の値を求めよ.
- (3)  $S = 4S_1 + 3S_2$  を最小にする  $\theta$  と、そのときの  $S$  の値を求めよ.