



2012年 第5問

5 次の問題は、生命科学部生命機能学科植物医科学専修を志望する受験生のみ解答せよ。

O を原点とする座標平面上に点  $P(x, y)$  がある。

(1)  $\theta$  は  $0 < \theta < 2\pi$  を満たし、行列  $A$  を

$$A = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$

とする。行列  $A$  が表す移動により、 $P$  が点  $Q_1$  に移るとするとき、 $Q_1$  は  $O$  を中心に  $P$  を角  $\boxed{\text{ア}}$  だけ回転した点である。ただし、 $\boxed{\text{ア}}$  については、以下の ①～⑥ から 1 つを選べ。

- ①  $-\theta$     ②  $0$     ③  $\theta$     ④  $2\theta$     ⑤  $3\theta$     ⑥  $\theta^2$

行列  $B$  を  $B = \frac{1}{3}A$  で定める。行列  $B$  が表す移動により  $P$  が点  $Q_2$  に移るとするとき、 $OQ_2 = \frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}OP$  である。

$P$  が  $x$  軸方向に  $-2$  だけ平行移動し、 $y$  軸方向に  $4$  だけ平行移動した点を  $Q_3(X, Y)$  とするとき、

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \boxed{\text{エオ}} \\ \boxed{\text{カ}} \end{pmatrix}$$

が成り立つ。

(2)  $P(x, y)$  を点  $R(X, Y)$  に移す移動  $T$  が

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 14 \\ 7 \end{pmatrix}$$

で表されている。

移動  $T$  により、点  $B(p, q)$  が点  $B(p, q)$  に移るとするとき、

$$\begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boxed{\text{キク}} - \sqrt{\boxed{\text{ケ}}} \\ \boxed{\text{コ}} \sqrt{\boxed{\text{サ}}} - \boxed{\text{シ}} \end{pmatrix}$$

である。

また、この移動  $T$  により  $P$  が移る点  $R$  は、 $\theta, k$  を実数として、点  $B$  を中心に  $P$  を角  $\theta$  だけ回転した点を  $P'(x', y')$  とおくと、 $\overrightarrow{BR} = k\overrightarrow{BP}'$  を満たす。つまり、(1) の行列  $A$  を用いると、

$$\begin{pmatrix} x' - p \\ y' - q \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x - p \\ y - q \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} X - p \\ Y - q \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} x' - p \\ y' - q \end{pmatrix}$$

が成り立つから、 $\theta = \frac{\pi}{\boxed{\text{ス}}}$ 、 $k = \boxed{\text{セ}}$  である。

ただし、 $\boxed{\text{セ}}$  については、以下の ①～⑨ から 1 つを選べ。

- ①  $1$     ②  $\sqrt{2}$     ③  $\sqrt{3}$     ④  $2\sqrt{2}$     ⑤  $3$



- ⑥  $2\sqrt{3}$     ⑦  $3\sqrt{2}$     ⑧  $3\sqrt{3}$     ⑨ 6