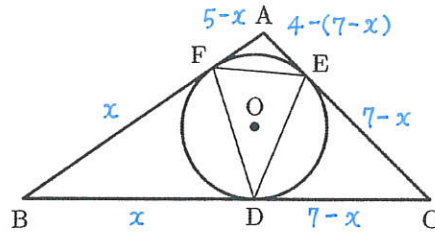


2010年薬学部第2問

数理
石井K

2 下図のように、 $AB = 5$, $BC = 7$, $CA = 4$ の $\triangle ABC$ に内接する円を O , その接点を D, E, F とするとき、 $\triangle ABC$ の面積は $\frac{\square}{4} \sqrt{\frac{\square}{6}}$, 円 O の半径は $\frac{\sqrt{\frac{\square}{6}}}{\square}$, $\triangle DEF$ の面積は $\frac{24 \square}{35} \sqrt{\frac{\square}{6}}$ である.



$$\text{余弦定理より, } \cos A = \frac{5^2 + 4^2 - 7^2}{2 \cdot 5 \cdot 4} = -\frac{1}{5} \quad \therefore \sin A = \frac{2\sqrt{6}}{5}$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 4 \cdot \frac{2\sqrt{6}}{5} = 4\sqrt{6} //$$

円 O の半径を r とすると,

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} r (5 + 7 + 4) = 8r$$

$$\therefore 8r = 4\sqrt{6} \quad \therefore r = \frac{\sqrt{6}}{2} //$$

$BD = x$ とおくと, $DC = 7 - x$

$BF = BD = x$, $CE = DC = 7 - x$

このとき, $AF = 5 - x$, $AE = 4 - (7 - x)$, $AF = AE$ より

$$5 - x = 4 - (7 - x) \quad \therefore 2x = 8 \quad \therefore x = 4$$

$$\text{余弦定理より, } \cos B = \frac{5^2 + 7^2 - 4^2}{2 \cdot 5 \cdot 7} = \frac{29}{35} \quad \therefore \sin B = \frac{8\sqrt{6}}{35}$$

$$\cos C = \frac{7^2 + 4^2 - 5^2}{2 \cdot 7 \cdot 4} = \frac{5}{7} \quad \therefore \sin C = \frac{2\sqrt{6}}{7}$$

$$\therefore \triangle DEF = \triangle ABC - \triangle AFE - \triangle FBD - \triangle EDC$$

$$= 4\sqrt{6} - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{2\sqrt{6}}{5} - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot \frac{8\sqrt{6}}{35} - \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 \cdot \frac{2\sqrt{6}}{7}$$

$$= 4\sqrt{6} - \frac{\sqrt{6}}{5} - \frac{64\sqrt{6}}{35} - \frac{9\sqrt{6}}{7}$$

$$= \frac{24\sqrt{6}}{35} //$$