

2010年工学部第5問

5 関数  $y = f(x)$  は 0 以上の実数  $x$  に対して定義され、正の値をとる関数である。図はこの関数のグラフの一部を表している。  $0 \leq t < u$  を満たす 2 つの実数  $t$  と  $u$  に対して、 $x$  軸、2 つの直線  $x = t$ 、 $x = u$  とこのグラフとで囲まれた領域（網掛け部分）の面積を  $S(t, u)$  と書くことにする。また、面積が  $S(t, u)$  と等しい長方形 ATUB を図のようにとり、その高さ AT を  $g(t, u)$  で表すとき、 $g(t, u)$  は  $t, u$  の式として次のようになった。

$$g(t, u) = t^2 + tu + u^2 + t + u + 5$$

以下の問に答えなさい。

- (1)  $S(1, 3)$  を求めなさい。
- (2)  $S_0(x) = S(0, x)$  とおく。このとき、 $g(t, u)$  を関数  $S_0(x)$  を用いて表しなさい。
- (3) 正の実数  $x$  に対して、 $f(x)$  を求めなさい。

