



2014年 第2問

数理
石井K

2 a, b を実数とし, 2 次の正方行列を $A = \begin{pmatrix} a-1 & b-1 \\ a^2-1 & b^2-1 \end{pmatrix}$ とする. 以下の各問に答えよ.

- (1) 行列 A が逆行列をもたないような実数 a, b の条件を求めよ.
 (2) 1 個のさいころを 2 回振って出た目の数を順に a, b とおく場合を考える. このとき, 行列 A が逆行列をもたない確率を求めよ. ただし, さいころの 1 から 6 までの目の出方は, 同様に確からしいものとする.

$$\begin{aligned} (1) \det A &= (a-1)(b^2-1) - (a^2-1)(b-1) \\ &= (a-1)(b-1) \{ (b+1) - (a+1) \} \\ &= (a-1)(b-1)(b-a) \end{aligned}$$

$$\therefore \det A = 0 \iff \underline{a=1 \text{ または } b=1 \text{ または } a=b} //$$

- (2) $a=1$ となる事象を A , $b=1$ となる事象を B , $a=b$ となる事象を C とおく
 よって (1) より, $A \cup B \cup C$ が考える条件であるから.

$$\begin{aligned} P(A \cup B \cup C) &= P(A) + P(B) + P(C) \\ &\quad - P(A \cap B) - P(B \cap C) - P(C \cap A) \\ &\quad + P(A \cap B \cap C) \\ &= \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{36} - \frac{1}{36} - \frac{1}{36} + \frac{1}{36} \\ &= \underline{\underline{\frac{4}{9}}} // \end{aligned}$$

包除原理より.

