



2014年人文社会科学第3問

数理  
石井K

3 座標平面上に点  $A(\pi, 1)$  がある。また、関数  $y = \cos x$  のグラフ上に点  $P$  をとり、 $A$  と  $P$  との midpoint を  $Q$  とする。以下の問いに答えよ。

- (1)  $P$  の座標を  $(t, \cos t)$  とするとき、 $Q$  の座標を  $t$  を用いて表せ。  
 (2)  $Q$  の座標を  $(x, y)$  とするとき、 $y$  を  $x$  の関数として表せ。また、 $y$  の最大値と最小値を求めよ。  
 (3) (2) で求めた関数を  $f(x)$  とする。2つの関数  $y = \cos x$  と  $y = f(x)$  のグラフを同一の座標平面上に描け。ただし、どちらも  $0 \leq x \leq 2\pi$  の範囲で描け。  
 (4) (2) で求めた関数を  $f(x)$  とする。2つの関数  $y = \cos x$  と  $y = f(x)$  のグラフの交点について、その  $y$  座標の取り得る値をすべて求めよ。ただし、 $x$  の範囲はすべての実数とする。

$$(1) \quad Q\left(\frac{\pi+t}{2}, \frac{1+\cos t}{2}\right) //$$

$$(2) \quad x = \frac{\pi+t}{2}, \quad y = \frac{1+\cos t}{2} \quad \text{より} \quad y = \frac{1+\cos(2x-\pi)}{2} \quad \therefore y = \frac{1-\cos 2x}{2}$$

$$\therefore y \text{ の最大値は } 1, \text{ 最小値は } 0 //$$

$$\therefore y = \sin^2 x //$$

$$(3) \quad \sin^2 x = \cos x$$

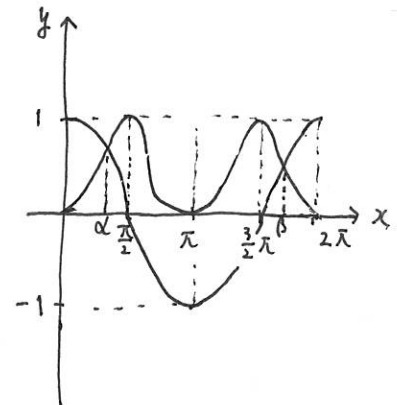
$$\Leftrightarrow \cos^2 x + \cos x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+4}}{2}$$

$$\cos x \geq -1 \text{ より、} \cos x = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$$

$\therefore$  右のグラフになる。(ただし、 $\alpha, \beta$  は

$$\cos \alpha = \cos \beta = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}, \quad 0 < \alpha < \pi < \beta < 2\pi)$$



(4) 2つの関数はともに  $x = \pi$  で対称、かつ周期が  $2\pi$  と  $\pi$  なので

$$\text{交点の } y \text{ 座標は } \cos \alpha = \cos \beta = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \text{ のみ} //$$