



2011年 経済（経済）第3問

3  $xyz$  空間内の正四面体  $ABCD$  を考える．頂点  $A, B, C, D$  はすべて原点  $O$  を中心とする半径  $1$  の球面  $S$  上にある． $A$  の座標は  $(0, 0, 1)$  であり， $B$  の  $x$  座標は正， $y$  座標は  $0$  である．また， $C$  の  $y$  座標は  $D$  の  $y$  座標より大きい．

(1)  $B, C, D$  の  $z$  座標は  $\frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$  である．

(2)  $C$  の  $x$  座標は  $\frac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}\sqrt{\boxed{\text{ハ}}}$  である．

(3)  $O$  を端点とし  $\triangle ABC$  の重心を通る半直線が  $S$  と交わる点を  $P$  とする．線分  $AP$  の長さは  $\frac{\boxed{\text{ヒ}}}{\boxed{\text{フ}}}\sqrt{\boxed{\text{ヘ}}}$ ，ベクトル  $\vec{AP}$  とベクトル  $\vec{BP}$  の内積は  $\boxed{\text{ホ}}$  である．

以後，四面体  $PABC$  を  $V_P$  で表す．

(4)  $\triangle APB$  の面積は  $\frac{\boxed{\text{マ}}}{\boxed{\text{ミ}}}$  である．

(5) (3) で  $\triangle ABC$  に対して点  $P$  および四面体  $V_P$  を定めたときと同様に， $\triangle ACD, \triangle ABD, \triangle BCD$  に対してそれぞれ点  $Q, R, T$  および四面体  $V_Q, V_R, V_T$  を定める．四面体  $ABCD$  と  $V_P, V_Q, V_R, V_T$  をあわせた立体を  $V$  とすると， $V$  の表面積は  $\boxed{\text{ム}}$  であり， $V$  の体積は  $\frac{\boxed{\text{メ}}}{\boxed{\text{モ}}}\sqrt{\boxed{\text{ヤ}}}$  である．