

2012年医(医)・理(数理・物理・地環)・工・歯第6問

6 極方程式  $r = \frac{a}{2 + \cos \theta}$  で与えられる2次曲線がある。ただし、 $a$ は正の定数とする。このとき次の各問いに答えよ。

- (1) この2次曲線を直角座標  $(x, y)$  に関する方程式で表せ。
- (2) (1)で求めた2次曲線を  $x$  軸方向に  $\frac{a}{3}$  だけ平行移動した2次曲線を  $C$  で表す。 $C$  を直角座標  $x, y$  の方程式で表せ。また、この2次曲線  $C$  は  $x$  軸と2点  $A$  と  $B$  で交わる。この2点  $A, B$  の座標を求めよ。ただし、 $B$  の  $x$  座標は正とする。
- (3) (2)で求めた2次曲線  $C$  上の  $x$  軸上にない点  $P(\alpha, \beta)$  から  $x$  軸に下ろした垂線を  $PH$  とする。さらに  $P$  と  $x$  軸に関して対称な点を  $Q$  とするとき、次の値は定数であることを証明せよ。

$$\frac{PH \cdot QH}{AH \cdot BH}$$