



2018年 教育学部 第4問

4 数列  $\{a_n\}$  が自然数  $n = 1, 2, \dots$  に対して関係式

$$a_{n+2} - 5a_{n+1} + 6a_n = 0 \quad \dots\dots(*)$$

を満たすとき、「数列  $\{a_n\}$  は漸化式  $(*)$  を満たす」という。このとき、次の各問いに答えよ。

- (1) 初項と公比がともに  $r (\neq 0)$  である等比数列で漸化式  $(*)$  を満たす数列  $\{b_n\}$ ,  $\{c_n\}$  の一般項をそれぞれ求めよ。ただし,  $b_1 > c_1$  とする。
- (2) 二つの数列  $\{d_n\}$ ,  $\{e_n\}$  がともに漸化式  $(*)$  を満たすとき, 二つの実数  $k, l$  に対して  $f_n = kd_n + le_n$  で定められる数列  $\{f_n\}$  も漸化式  $(*)$  を満たすことを示せ。
- (3) (1) で得られた数列  $\{b_n\}$ ,  $\{c_n\}$  と二つの実数  $k, l$  に対して,  $a_n = kb_n + lc_n$  とおくとき,  $a_1 = 21, a_2 = 57$  を満たす数列  $\{a_n\}$  の一般項を求めよ。