



2010年医(医)・理(数理・物理・地環)・工・歯第3問

3 座標平面において、点  $C(0, \frac{1}{2})$  を中心とし、半径が  $\frac{1}{2}$  の円を  $S$  とする。  $S$  上に点  $N(0, 1)$  をとり、  $\overrightarrow{ON} = \vec{n}$  とする。このとき、次の各問いに答えよ。ただし、  $O$  は原点を表すものとする。

- (1)  $x$  軸上に点  $P(x, 0)$  をとり、直線  $NP$  と円  $S$  との交点のうち、  $N$  と異なるものを  $Q$  とする。  $\overrightarrow{OP} = \vec{p}$  とおき、  $\overrightarrow{OQ}$  を  $\overrightarrow{OQ} = a\vec{p} + b\vec{n}$  の形で表したとき、  $a, b$  を  $x$  で表せ。
- (2)  $x$  軸上に2点  $P_1(x_1, 0), P_2(x_2, 0)$  をとる。直線  $NP_1$  と円  $S$  との交点のうち、  $N$  と異なるものを  $Q_1$  とし、直線  $NP_2$  と円  $S$  との交点のうち、  $N$  と異なるものを  $Q_2$  とする。このとき、  $x_1x_2 = -1$  が成り立っていれば

$$\overrightarrow{CQ_1} + \overrightarrow{CQ_2} = \vec{0}$$

が成立することを証明せよ。ただし、  $\vec{0}$  は零ベクトルを表すものとする。