



2010年 理工学部 第2問

2 座標平面上で、直線  $l: y = mx$  に関する対称移動によって、点  $P(x, y)$  が点  $Q(x', y')$  に移ったとする。ただし、 $m$  は 0 でない定数とし、点  $P$  は  $l$  上にないとする。このとき、次の問いに答えよ。

(1) 線分  $PQ$  の中点が  $l$  上にあることと、線分  $PQ$  が  $l$  と垂直に交わっていることを利用して

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \frac{1}{1+m^2} \begin{pmatrix} 1-m^2 & 2m \\ 2m & m^2-1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

が成り立つことを示せ。

(2) 直線  $y = \frac{1}{\sqrt{3}}x$ ,  $y = -\frac{1}{\sqrt{3}}x$  に関する対称移動を表す 1 次変換をそれぞれ  $f$ ,  $g$  とする。このとき、合成変換  $g \circ f$  および  $f \circ g$  を表す行列を求めよ。

(3) (2) で求めた 2 つの行列は、原点  $O$  を中心とし、角  $\theta$  だけ回転する 1 次変換を表す行列である。それぞれの  $\theta$  を求めよ。