

2011年 理学部 第1問

1 曲線 $y = e^x$ を C とする. 点 Q_1 を x 軸上にとる. 点 Q_1 を通り y 軸と平行な直線を l_1 とする. l_1 が C と交わる点を P_1 とする. 点 P_1 における C の接線を l'_1 とする. l'_1 が x 軸と交わる点を Q_2 とする. さらに, 点 Q_2 を通り y 軸と平行な直線を l_2 とする. l_2 が C と交わる点を P_2 とする. 点 P_2 における C の接線を l'_2 とする. l'_2 が x 軸と交わる点を Q_3 とする. これを続けて, C 上の点 $P_1, P_2, \dots, P_n, \dots$ と x 軸上の点 $Q_1, Q_2, \dots, Q_n, \dots$ を決める. P_1 の座標を (a, e^a) とするとき, 次の問いに答えよ.

(1) Q_n の x 座標を求めよ.

(2) C と直線 l'_n および l_{n+1} で囲まれた図形の面積を s_n とするとき, 無限級数 $s_1 + s_2 + \dots + s_n + \dots$ の和を求めよ.