

2011年理系第1問

1枚目/2枚

 数理
石井K

1 次の空欄を適当に補え.

$$-\frac{4}{3} \leq x \leq 2$$

(1) 不等式 $|4x - 3| \leq -x + 7$ を解くと $\boxed{(a)}$ である.(2) 2つのベクトル $\vec{a} = (3, 4)$, $\vec{b} = (-1, 2)$ に対して, $\vec{a} + k\vec{b}$ と $\vec{a} - k\vec{b}$ が垂直であるとき, 正の定数 k の値は $\boxed{(b)}$ である.(3) 数列 $\sqrt{5}$

$$\frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{7}}, \dots, \frac{1}{\sqrt{2n-1} + \sqrt{2n+1}}, \dots$$

の第24項までの和は $\boxed{(c)}$ である.(4) 方程式 $\log_2 x = 2 \log_x 2 - 1$ を解くと, $x = \boxed{(d)}$ である. ただし, $x \neq 2$ とする.(5) 1個のさいころを2回投げるとき, 1回目に出る目の数と2回目に出る目の数のうち小さくない方を X とする. $X = 4$ となる確率は $\boxed{(e)}$ である. $\frac{7}{36}$ (6) 関数 $f(x) = x^2 - x^3$ は $x = \boxed{(f)}$ で極大値 $\boxed{(g)}$ をとる.

$$\frac{2}{3}$$

$$\frac{4}{27}$$

(1) (i) $x \geq \frac{3}{4}$ のとき.

$$4x - 3 \leq -x + 7$$

$$\therefore x \leq 2$$

場合分けの条件と合わせて, $\frac{3}{4} \leq x \leq 2 \dots \textcircled{1}$ (ii) $x < \frac{3}{4}$ のとき.

$$-4x + 3 \leq -x + 7$$

$$\therefore x \geq -\frac{4}{3}$$

場合分けの条件と合わせて, $-\frac{4}{3} \leq x < \frac{3}{4} \dots \textcircled{2}$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ より, } -\frac{4}{3} \leq x \leq 2$$

" 用意したけど使わなかった

(2) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3 \cdot (-1) + 4 \cdot 2 = 5$, $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = \sqrt{5}$

$$\begin{aligned} \therefore (\vec{a} + k\vec{b}) \cdot (\vec{a} - k\vec{b}) &= |\vec{a}|^2 - k^2 |\vec{b}|^2 \\ &= 25 - 5k^2 \end{aligned}$$

$$\therefore 25 - 5k^2 = 0 \text{ より } k = \sqrt{5} \text{ (} k > 0 \text{ より)}$$

$$\begin{aligned} \text{(3) 第24項までの和を } S_{24} \text{ とおく. } \frac{1}{\sqrt{2k-1} + \sqrt{2k+1}} &= \frac{\sqrt{2k-1} - \sqrt{2k+1}}{(\sqrt{2k-1} + \sqrt{2k+1})(\sqrt{2k-1} - \sqrt{2k+1})} \\ &= \frac{1}{2} (\sqrt{2k+1} - \sqrt{2k-1}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore S_{24} &= \frac{1}{2}(\sqrt{3}-1) + \frac{1}{2}(\sqrt{5}-\sqrt{3}) + \\ &\quad \dots + \frac{1}{2}(7-\sqrt{47}) \\ &= \frac{1}{2}(7-1) \\ &= 3 \end{aligned}$$

2枚目につづく

2011年理系第1問

2枚目/2枚



1 次の空欄を適当に補え.

- (1) 不等式 $|4x - 3| \leq -x + 7$ を解くと $\boxed{(a)}$ である.
- (2) 2つのベクトル $\vec{a} = (3, 4)$, $\vec{b} = (-1, 2)$ に対して, $\vec{a} + k\vec{b}$ と $\vec{a} - k\vec{b}$ が垂直であるとき, 正の定数 k の値は $\boxed{(b)}$ である.
- (3) 数列

$$\frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{7}}, \dots, \frac{1}{\sqrt{2n-1} + \sqrt{2n+1}}, \dots$$

の第24項までの和は $\boxed{(c)}$ である.

- (4) 方程式 $\log_2 x = 2 \log_x 2 - 1$ を解くと, $x = \boxed{(d)}$ である. ただし, $x \neq 2$ とする.
- (5) 1個のさいころを2回投げるとき, 1回目に出る目の数と2回目に出る目の数のうち小さくない方を X とする. $X = 4$ となる確率は $\boxed{(e)}$ である.
- (6) 関数 $f(x) = x^2 - x^3$ は $x = \boxed{(f)}$ で極大値 $\boxed{(g)}$ をとる.

(4) 底の条件より, $x > 0, x \neq 1$, 真数条件より, $x > 0$ また, $x \neq 2$ より, これらの条件をあわせると, $x > 0$ かつ $x \neq 1, 2, \dots$ ①となる.

このとき, 底の変換公式より,

$$\log_2 x = 2 \cdot \frac{\log_2 2}{\log_2 x} - 1 \quad \therefore (\log_2 x)^2 + \log_2 x - 2 = 0$$

$$\therefore (\log_2 x - 1)(\log_2 x + 2) = 0 \quad \therefore \log_2 x = 1, -2 \quad \text{①より } \underline{x = \frac{1}{4}} //$$

(5) $X = 4$ となるのは,

(1, 4), (2, 4), (3, 4), (4, 4), (4, 3), (4, 2), (4, 1) の7通り.

$$\therefore \frac{7}{6^2} = \underline{\frac{7}{36}} //$$

(6) $f(x) = 2x - 3x^2$

$$= -3x(x - \frac{2}{3})$$

$$\therefore \underline{x = \frac{2}{3} \text{ で極大値 } \frac{4}{27} \text{ をとる}} //$$

x	...	0	...	$\frac{2}{3}$...
$f(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$		↓ 0		↑ $\frac{4}{27}$	↓

極小 極大