

2014年理系1第6問

6 原点を  $O$  とする座標平面上に点  $A(1, 0)$ ,  $B(0, -1)$  をとる. 点  $(\frac{1}{2}, 0)$  を中心とする半径  $\frac{1}{2}$  の円  $C$  を考える.  $C$  上の点で, 第1象限にある点を  $P$  とし,  $\angle POA = \theta$  とする.

(1)  $\angle OPA = \frac{\pi}{\text{ケ}}$  であり,  $\triangle POA = \frac{1}{\text{コ}} \sin \theta \cos \theta$  である.

(2) 四辺形  $OBAP$  の面積は  $\frac{1}{\text{サ}} + \frac{1}{\text{シ}} \sin 2\theta$  である.

(3)  $\triangle POB = \frac{1}{\text{ス}} + \frac{1}{\text{セ}} \cos 2\theta$  である.

(4)  $\triangle PBA$  の面積を  $S$  とすると,  $S = \frac{1}{\text{ソ}} + \frac{\sqrt{\text{タ}}}{\text{チ}} \sin\left(2\theta - \frac{\pi}{\text{ツ}}\right)$  であり,  $S$  は  $\theta = \frac{\text{テ}}{\text{ト}} \pi$

で最大値  $\frac{1 + \sqrt{\text{ナ}}}{\text{ニ}}$  をとる.