

2014年 医学部 第3問

3 以下の文章の空欄に適切な式を入れて文章を完成させなさい。また(3)(ii)に答えなさい。

放物線  $y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}$  を  $C$  で表す。  $C$  上にない点  $P(X, Y)$  (ただし  $Y < \frac{1}{2}X^2 + \frac{1}{2}$ ) から  $C$  に引いた2本の接線のうち、接点の  $x$  座標が小さい方を  $l_1$  とし、大きい方を  $l_2$  とする。また  $l_1, l_2$  と  $C$  との接点をそれぞれ  $Q_1, Q_2$  とする。

(1) 接線  $l_1, l_2$  の傾き  $m_1, m_2$  はそれぞれ  $m_1 =$  ,  $m_2 =$   である。

(2)  $Q_1, Q_2$  における  $C$  の法線をそれぞれ  $L_1, L_2$  とするとき、 $L_1$  と  $L_2$  の交点  $R$  の座標を  $X, Y$  を用いた式で表すと

(, )

である。

(3)  $\angle Q_1PQ_2$  が一定値  $\alpha$  (ただし  $0 < \alpha < \pi$ ) となるような点  $P(X, Y)$  の軌跡を  $S(\alpha)$  で表す。

(i)  $S\left(\frac{\pi}{2}\right)$  の方程式は  である。

(ii)  $\alpha \neq \frac{\pi}{2}$  のときに  $S(\alpha)$  を求めなさい。

(4) 点  $P(X, Y)$  が  $S\left(\frac{\pi}{2}\right)$  の上を動くとき、点  $R$  が描く軌跡の方程式は  である。