

2015年薬学部第3問



3 a は $2^{2\log_4 48 - \log_2 \frac{3}{4}}$ である。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$ とする。このとき、

(1) a の値を整数で表すと $\boxed{53 \mid 54}$ である。

(2) a^{30} は $\boxed{55 \mid 56}$ 桁の数である。

(3) b は、 b^{50} を小数で表すと小数第 25 位に初めて 0 でない数字が現れる正の数である。このとき $\left(\frac{b}{a}\right)^4$ を小数で表すと、小数第 $\boxed{57 \mid 58}$ 位に初めて 0 でない数字が現れる。

$$\begin{aligned}
 (1) \quad 2 \log_4 48 - \log_2 \frac{3}{4} &= 2 \cdot \frac{\log_2 48}{\log_2 4} - \log_2 \frac{3}{4} \\
 &= \log_2 48 - \log_2 \frac{3}{4} \\
 &= \log_2 48 \cdot \frac{4}{3} \\
 &= \log_2 64 \\
 &= 6
 \end{aligned}$$

$$\therefore a = 2^6 = \underline{64} //$$

(2) a^{30} が n 桁のとき、

$$\begin{aligned}
 10^{n-1} &\leq a^{30} < 10^n \\
 \therefore n-1 &\leq 30 \log_{10} a < n
 \end{aligned}$$

(1) より $a = 2^6$ なので

$$n-1 \leq 180 \log_{10} 2 < n$$

$$\begin{aligned}
 180 \log_{10} 2 &= 180 \cdot 0.3010 \\
 &= 54.18
 \end{aligned}$$

$$\therefore n = \underline{55} //$$

$$(3) \quad 10^{-25} \leq b^{50} < 10^{-24}$$

$$\therefore -25 \leq 50 \log_{10} b < -24$$

$$\therefore -\frac{1}{2} \leq \log_{10} b < -\frac{12}{25} \quad \dots \textcircled{1}$$

$\left(\frac{b}{a}\right)^4$ が小数第 n 位に初めて 0 でない数字が現れるとき、

$$10^{-n} \leq \left(\frac{b}{a}\right)^4 < 10^{-n+1}$$

$$\therefore -n \leq 4(\log_{10} b - \log_{10} a) < -n+1$$

$$\begin{aligned}
 a = 2^6 \text{ と } \textcircled{1} \text{ より、} \quad \underline{4\left(-\frac{1}{2} - 6 \log_{10} 2\right)} &\leq 4(\log_{10} b - \log_{10} a) < \underline{4\left(-\frac{12}{25} - 6 \log_{10} 2\right)} \\
 &= -9.224 &= -9.144
 \end{aligned}$$

$$\therefore n = \underline{10} //$$