2014年 経済学部 第2問

$\boxed{2}$ a，b，c を実数とする．x の関数 $F(x)$ を

$$F(x)=\frac{1}{3}x^3+ax^2+bx+c$$

と定め，

$$f(x)=F'(x)$$

とおく．関数 $F(x)$ は $x=\alpha$ において極大に，$x=\beta$ において極小になるとする．点 $(\alpha,\ f(\alpha))$，$(\beta,\ f(\beta))$ における曲線 $y=f(x)$ の接線をそれぞれ ℓ_α，ℓ_β とする．

(1) 直線 ℓ_α と ℓ_β の交点の座標は

$$\left(\frac{\boxed{15}}{\boxed{16}}\alpha+\frac{\boxed{17}}{\boxed{18}}\beta,\ \frac{\boxed{19}\boxed{20}}{\boxed{21}}(\beta-\alpha)^2\right)$$

である．

(2) 曲線 $y=f(x)$ と直線 ℓ_α，ℓ_β とで囲まれた図形の面積を S とすると，

$$S=\frac{\boxed{22}}{\boxed{23}\boxed{24}}(\beta-\alpha)^3$$

である．必要なら次の公式を使ってよい．r を実数とすると

$$\int (x+r)^2\,dx=\frac{1}{3}(x+r)^3+C \quad (C\text{ は定数})$$

(3) 実数 a，b が不等式

$$0\leqq a\leqq 2,\quad 2a-4\leqq b\leqq 2a-2$$

をみたす範囲を動くとき，S の最大値は $\dfrac{\boxed{25}\boxed{26}}{\boxed{27}}$，最小値は $\dfrac{\boxed{28}\boxed{29}}{\boxed{30}}$ である．