2014年 経済学部 第3問

数理 石井K

$\boxed{3}$ nを自然数とする．赤玉がn個，青玉が2個，白玉が1個入った袋がある．

(1) 袋から同時に2個の玉を取り出す．$n=\boxed{31}\boxed{32}$のとき，取り出された2個の玉に含まれる赤玉の個数の期待値は$\frac{7}{4}$である．

2 1

(2) 袋から玉を1個取り出し，色を調べてから元に戻すことを10回くり返す．

(i) $n=5$のとき，青玉が9回以上出る確率は$\dfrac{\boxed{33}\boxed{34}}{4^{10}}$である． 3 1

(ii) 調べた色を順に記録してできる色の列のうちで

「赤が8個以下，または3番目が青か白」

であるものの総数は$3^{10}-\boxed{35}\boxed{36}$である．

1 9

(1) 赤玉が0個である確率は．$\dfrac{{}_3C_2}{{}_{n+3}C_2}=\dfrac{6}{(n+3)(n+2)}$

赤玉が1個である確率は．$\dfrac{{}_nC_1\times{}_3C_1}{{}_{n+3}C_2}=\dfrac{6n}{(n+3)(n+2)}$

赤玉が2個である確率は．$\dfrac{{}_nC_2}{{}_{n+3}C_2}=\dfrac{n(n-1)}{(n+3)(n+2)}$

∴ 赤玉の個数の期待値は．$1\cdot\dfrac{6n}{(n+3)(n+2)}+2\cdot\dfrac{n(n-1)}{(n+3)(n+2)}=\dfrac{2n^2+4n}{(n+3)(n+2)}=\dfrac{2n}{n+3}$

∴ $\dfrac{2n}{n+3}=\dfrac{7}{4}$ より．$\underline{n=21}$ //

(2) (i) 青玉がちょうど9回出るのは．$\left(\frac{2}{8}\right)^9\cdot\left(\frac{6}{8}\right)^1\cdot{}_{10}C_1=\dfrac{30}{4^{10}}$

青玉がちょうど10回出るのは．$\left(\frac{2}{8}\right)^{10}=\dfrac{1}{4^{10}}$

∴ 9回以上出るのは．$\dfrac{30+1}{4^{10}}=\underline{\dfrac{31}{4^{10}}}$ //

(ii) 赤が8個以下 …… $3^{10}-{}_{10}C_1\cdot2-1=3^{10}-21$

3番目が青か白 … 2×3^9

赤が8個以下かつ3番目が青か白 … $2\times\{3^9-1\}$

∴ $3^{10}-21+2\cdot3^9-2(3^9-1)=\underline{3^{10}-19}$ //